التفاضل والتكامل

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{١}{س} + ١\right)^{٢س}$ = ...

أ) ١ ب) ٢ ج) هـ د) $هـ^{٢}$

(٢) المنحنى ص = س $هـ^{س}$ عند النقطة .....

أ) س= −١ له قيمة صغرى. ب) س = −١ له قيمة عظمى.

ج) س = ٠ له قيمة صغرى. د) س = ٠ له قيمة عظمى.

(٣) المماس للمنحنى ص = ٣$س^{٢}$ − ٥ عند النقطة (١، −٢) يمر بالنقطة .....

أ) (٥، −٢) ب) (٣، ١) ج) (٢، −٤) د) (٠، −٨)

(٤) إذا كان محيط قطاع دائري هو ح فإن المساحة تكون قيمة عظمى عندما نق = ...

أ) $\frac{ح}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{ح}}$ ج) $\sqrt{ح}$ د) $\frac{ح}{٤}$

(٥) إذا كانت: س = $هـ^{ن^{٢}}$، ص = $ن^{٣}$ أوجد: $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$

.....

.....

(٦) إذا كانت: د دالة زوجية متصلة على الفترة [−٤، ٤]،

$\int_{-٤}^{٤}$ د (س) د س = ٢٠، $\int_{٠}^{٢}$ د (س) د س = ٦

فإن: $\int_{-٤}^{٢}$ د (س) د س = ...

أ) ١٢٠ ب) ١٤ ج) ٢٦ د) ١٦

(٧) إذا كانت: د (س) = ظتا س فإن: د $\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = ...

أ) $\frac{-٤}{٩}$ ب) $\frac{٤}{٩}$ ج) ٤ د) $\frac{٩}{٢}$

(٨) أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

أ) $\int س^{٢}$ لوهـ س د س ب) $\int (س^{٢}هـ^{س^{٣}} + هـ^{س^{٣}})$ د س

.....

.....

(٩) إذا كانت د (س) = $س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٢س + ١٢$

أجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط:

أ) أوجد فترات التزايد والتناقص للدالة د.

ب)أوجد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية للدالة د.

.....

.....

(١٠) أوجد معادلة المنحنى المار بالنقطة (٠، ١) والذي ميل المماس له عند أي نقطة (س، ص) واقعة عليه يساوي س $\sqrt{س^{٢} + ١}$

.....

.....

(١١) إذا كان طول ضلع المثلث المتساوي الأضلاع = أ، ويتزايد بمعدل ك فإن معدل التزايد في مساحة المثلث يساوي .....

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ أ ك ب) $\sqrt{٣}$ أ ك ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ أ ك د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ أ ك

(١٢) منحنى الدالة د محدب لأسفل في ح إذا كانت د (س) تساوي .....

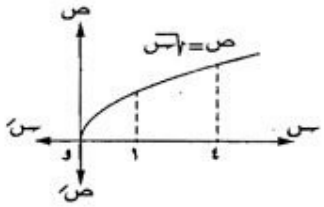
أ) ٣ – س^{٢} ب) ٣ – س^{٣} ج) ٣ – س^{٤} د) ٣ + س^{٤}

(١٣) $\int$ طا θ د θ = ...

أ) – لو$_{هـ}$ |جتا θ| + ث ب) – لو$_{هـ}$ جتا θ + ث

ج) لو$_{هـ}$ جتا θ + ث د) |لو$_{هـ}$ جتا θ| + ث

(١٤) حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة دورة كاملة حول محور السينات = ... وحدة مكعبة.



أ) $\frac{١٤}{٣}\pi$ ب) $\frac{١٥}{٢}\pi$

ج) $\frac{١٥}{٢}$ د) $\frac{١٤}{٣}$

(١٥) أوجد أقصر بعد بين المستقيم: س– ٢ص+ ١٠= ٠ والمنحنى ص^{٢} = ٤س

.....

.....

(١٦) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة ص = س^{٣} والمستقيمين ص = ٠، س = ٢

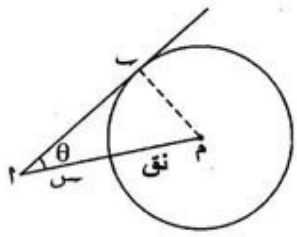
.....

.....

(١٧) إذا كانت: س^{٣} + ص^{٣} = ١ فأثبت أن ص^{٢} ص+ ٢ص ص^{٢}+ ٢س= ٠

.....

(١٨) في الشكل المقابل:



أ نقطة تتحرك في المستوى، أ ب مماس للدائرة م عند ب، أ م= س+ نق حيث نق طول نصف قطر الدائرة.

أثب أن: س= نق (قتا θ – ١)

ثم أوجد: معدل تغير س بالنسبة الى θ عندما $\theta = \frac{\pi}{٦}$

نموذج الإجابة للتفاضل والتكامل

(١) (د) (٢) (أ) (٣) (د) (٤) (د)

(٥)

$س = هـ^{ن^٢}$ $\therefore \frac{د س}{د ن} = ٢ن هـ^{ن^٢}$

$، ص = ن^٣$ $\therefore \frac{د ص}{د ن} = ٣ن^٢$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = ٣ن^٢ \div ٢ن هـ^{ن^٢} = \frac{٣ن^٢}{٢ن هـ^{ن^٢}}$

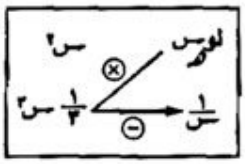
$، \frac{د^٢ ص}{د س^٢} = \frac{د}{د س}\left(\frac{٣ن^٢}{٢ن هـ^{ن^٢}}\right) = \left(\frac{٢ن هـ^{ن^٢}(٦ن) - ٣ن^٢ \times ٤ن هـ^{ن^٢}}{٤ن هـ^{٤ن}}\right) \times \frac{د ن}{د س}$

$= \frac{١٢ن هـ^{ن^٢}(٦ن) - ٣ن^٢ \times ٤ن هـ^{ن^٢}}{٤ن هـ^{٤ن}} \times \frac{١}{٢ن هـ^{ن^٢}} = \frac{٣}{٢} ن هـ^{-٤ن}(١ - ن)$

(٦) (د) (٧) (ج)

(٨)

أ) $\int س^٢ لو_هـ س \, د س$



$= \frac{١}{٣} س^٣ لو_هـ س - \frac{١}{٣} \int س^٣ \, د س$

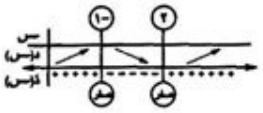
$= \frac{١}{٣} س^٣ لو_هـ س - \frac{١}{٩} س^٣ + ث = \frac{١}{٩} س^٣ \left[٣ لو_هـ س - ١\right] + ث$

ب) $\int \left(س^{٢هـ} + هـ^{٣س}\right) د س = \frac{س^{٢هـ + ١}}{٢هـ + ١} + \frac{هـ^{٣س}}{٣} + ث$

(٩)

∵ د (س) = ٦س^{٢} – ٦س – ١٢

= ٦ (س^{٢} – س – ٢) = ٦ (س + ١) (س – ٢)



∴ د (س) = ٠ عندما س = –١ أ، س = ٢

∴ الدالة متزايدة في]–∞، –١[،]٢، ∞[

، متناقصة في]–١، ٢[**(المطلوب الأول)**

عند س = –١ توجد قيمة عظمى محلية د (–١) = ١٩

، عند س = ٢ توجد قيمة صغرى محلية = د (٢) = –٨ **(المطلوب الثاني)**

---

(١٠)

ميل المماس = $\frac{د ص}{د س}$ = س $\sqrt{س^{٢} + ١}$

∴ ص = $\int$ س $(س^{٢} + ١)^{\frac{١}{٢}}$ د س = $\frac{١}{٢}\int (٢س)(س^{٢} + ١)^{\frac{١}{٢}}$

= $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}(س^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}}$ + ث = $\frac{١}{٣}(س^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

، ∵ النقطة (٠، ١) ∈ للمنحنى.

∴ ١ = $\frac{١}{٣}(٠ + ١)^{\frac{٣}{٢}}$ + ث ∴ ث = $\frac{٢}{٣}$

∴ معادلة المنحنى: ص= $\frac{١}{٣}(س^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{٢}{٣}$

---

(١١) (ج) (١٢) (د) (١٣) (أ) (١٤) (ب)

---

(١٥)

نفرض أن (س، ص) هي نقطة على المنحنى.

$ص^{٢} = ٤س$ $\quad\quad$ $\therefore س = \frac{١}{٤} ص^{٢}$

$\therefore$ النقطة $(\frac{١}{٤} ص^{٢}، ص)$

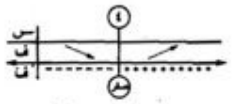
البعد بين النقطة والمستقيم.

$$ف = \frac{|س_{١} - ٢ص_{١} + ١٠|}{\sqrt{١^{٢} + (-٢)^{٢}}} = \frac{|\frac{١}{٤}ص^{٢} - ٢ص + ١٠|}{\sqrt{٥}}$$

$$ف = \frac{١}{\sqrt{٥}} |\frac{١}{٤}ص^{٢} - ٢ص + ١٠|$$

، $\because \frac{١}{٤} ص^{٢} - ٢ص + ١٠$ موجبة لجميع قيم ص.

$\therefore ف = \frac{١}{\sqrt{٥}} (\frac{١}{٢} ص - ٢)$ $\quad\quad$ بوضع ف = ٠

$\therefore ص = ٤$  البعد أقل ما يمكن عند ص = ٤

أصغر بعد هو (ف)ص = ٤ = $\frac{\sqrt{٥} ٦}{٥}$ وحدة طول.

---

(١٦)

المساحة = $\int_{صفر}^{٢} ص \, د س = \int_{صفر}^{٢} س^{٣} \, د س$

$$= \left[\frac{س^{٤}}{٤}\right]_{صفر}^{٢} = \left[\frac{(٢)^{٤}}{٤}\right] - [صفر] = ٤$$

(١٧)

$\because س^{٣} + ص^{٣} = ١$ $\quad\quad$ (بالاشتقاق بالنسبة الى س)

∴ ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٠ (بالاشتقاق بالنسبة الى س)

∴ ٦س + ٣ (٢ص ص $\frac{د ص}{د س}$ × ص + ص^{٢} ص) = ٠ بالقسمة على ٣

∴ ص^{٢} ص $\frac{د ص}{د س}$ + ٢ص ص^{٢} + ٢س = ٠

(١٨)

$\overline{أ ب}$ مماس، $\overline{م ب}$ نصف قطر

∴ $\overline{أ ب} \perp \overline{م ب}$ ∴ قتا θ = $\frac{نق + س}{نق}$

∴ قتا θ = ١ + $\frac{س}{نق}$ ∴ س = نق (قتاθ − ١)

بالاشتقاق بالنسبة الى θ

$\frac{د س}{د θ}$ = نق (− قتا θ ظتا θ) عند θ = $\frac{\pi}{٦}$

∴ $\frac{د س}{د θ}$ = −٢ $\sqrt{٣}$ نق

الجبر والهندسة الفراغية

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) $\left(\frac{\omega + ت}{ت^{٢}\omega + ١} - \frac{١}{١ + \omega ت}\right)^{٨}$ = ...

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٦٤

(٢) $هـ^{ت\pi} - هـ^{-ت\pi}$ = ...

أ) -٢ ب) صفر ج) ١ د) ٢

(٣) قيمة المقدار: $ق_{٤}^{٤٧} + \sum_{ر=١}^{٥} ق_{٣}^{٥٢-ر}$ = ...

أ) $ق_{٥}^{٥٢}$ ب) $ق_{٥}^{٤٧}$ ج) $ق_{٣}^{٥٢}$ د) $ق_{٤}^{٥٢}$

(٤) متجه الوحدة العمودي على كل من المتجهين:

$٤\overleftarrow{س} - \overleftarrow{ص} + ٣\overleftarrow{ع}$ ، $-٢\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص} - ٢\overleftarrow{ع}$ هو .....

أ) $\frac{١}{٣}(\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص} + ٢\overleftarrow{ع})$ ب) $\frac{١}{٣}(-\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص} + ٢\overleftarrow{ع})$

ج) $\frac{١}{٣}(٢\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص} + ٢\overleftarrow{ع})$ د) $\frac{١}{٣}(٢\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص} + ٢\overleftarrow{ع})$

(٥) أوجد معادلة المستوى المار بخط تقاطع المستويين:

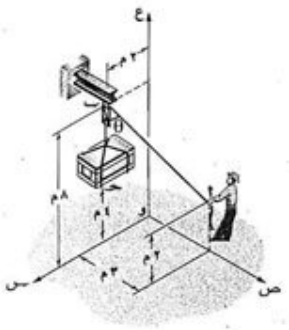
٢س – ٣ص + ع – ٤ = ٠ ، س – ص + ع + ١ = ٠

عمودياً على المستوى: س + ٢ص – ٣ع + ٦ = ٠

.....

.....

(٦) في الشكل المقابل:



إذا كانت ج هي نقطة تقاطع قطري قاعدة الصندوق.

أجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط:

أ) أوجد قياس الزاوية المحصورة بين $\overleftarrow{ب\,أ}$ ، $\overleftarrow{ب\,ج}$

ب)أوجد معادلة المستوى المار بالنقاط أ، ب، ج

.....

.....

(٧) إذا كان الحد الأوسط في مفكوك $\left(\frac{أ^{٢}}{٣} + \frac{ب}{أ^{٢}}\right)^{٨ن}$ هو الحد التاسع

فإن: ن= .....

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

(٨) يجب على الطالب أن يجيب عن ١٠ أسئلة من ١١ سؤالاً بشرط ان يجيب عن أربع أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمسة الأولى، كم طريقة يمكن بها أن يجيب الطالب؟

أ) ١٤٠ ب) ١٩٦ ج) ٢٨٠ د) ٣٤٦

(٩) إذا كان: $\vec{أ}$ = (٣، −٢، م) وكان $\|\vec{أ}\| = \sqrt{٢٢}$ فإن: م = ...

أ) ± ٣ ب) ± ٩ ج) ٢١ د) ١٧

(١٠) يوجد للنظام: $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ & ٣ \\ ١ & -٢ & -٣ \\ ٤ & -٢ & -٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \square$

أ) الحل البديهي فقط.

ب) عدد لا نهائي من الحلول بينها الحل الصفري.

ج) عدد لا نهائي من الحلول عدا الحل الصفري.

د) لا يوجد حل على الإطلاق.

(١١) أوجد قياس الزاوية بين المستقيم: $\overleftarrow{ر}$ = (١، ٢، −١) + ك (١، −١، ١)

والمستوى ر . (٢، −١، ١) = ٤

.....

.....

(١٢) إذا كان المستقيمان ل١: $\frac{س}{٢} = \frac{ص - ١}{-١} = \frac{ع - ٢}{م}$ ،

ل٢ $\frac{س - ١}{م} = \frac{ص - ٢}{١} = \frac{ع}{-١}$ متعامدين فما قيمة: م

أ) −١ ب) ٢ ج) ١ د) −٣

(١٣) إذا كان متجهاً موضع النقطتين أ، ب هما ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٢ $\overleftarrow{ص}$ + $\overleftarrow{ع}$

، ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ − ٣ $\overleftarrow{ع}$ فإن: $\|\overrightarrow{أ ب}\|$ = ...

أ) $\sqrt{١٤}$ ب) $\sqrt{٢٩}$ ج) $\sqrt{٤٣}$ د) $\sqrt{٥٣}$

(١٤) طول نصف قطر المقطع الدائري من الكرة س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ٢ص − ٤ع

= ٢٠ بالمستوى س + ٢ص + ٢ع = ١٥ هو ..... وحدة طول.

أ) ٧ ب) $\sqrt{٧}$ ج) ٤ د) ٣

(١٥) إذا كانت: ٣٠°، ٧٠°، θ هي زاويا الاتجاه لمتجه فإن: θ ≃.....

أ) ١٠٠° ب) ٨٠° ج) ٢٦٠° د) ٦٨,٦°

(١٦) في مفكوك $\left(س^{ك} + \frac{١}{س}\right)^{٦}$ حيث ك عدد صحيح موجب أوجد قيمة ك التي تجعل للمفكوك حداً خالياً من س ثم أوجد النسبة بين الحد الخالي من س ومعامل الحد الأوسط وذلك لأكبر قيم ك التي حصلت عليها في المطلوب الأول.

.....

.....

(١٧) بدون فك المحددات أثبت أن:

$$\begin{vmatrix} ص+ع & س & س \\ ص & ع+س & ص \\ ع & ع & س+ص \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} ص & س & ٠ \\ ٠ & ع & ص \\ ع & ٠ & س \end{vmatrix}$$

.....

.....

(١٨) ابحث إمكانية حل المعادلات: ٢س– ص– ٣ع = ٢، س+ ٢ص+ ع= ١ ، ٣س– ٥ص+ ٢ع = ١٣ ثم استخدم المعكوس الضربي للمصفوفة في إيجاد الحل إن وجد.

.....

.....

(١٩) أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

أ) إذا كان: $ع_{١} = ١ - \sqrt[٣]{ت}$، $ع_{٢} = ١ + ت$ حيث $ت^{٢} = -١$

فأوجد العدد: $ع = \frac{ع_{١}}{ع_{٢}}$ في الصورة الأسية ثم أثبت أن $ع^{١٢}$ عدد حقيقي.

ب) ضع العدد $\sqrt[٢]{٢}(١ + ت)$ على الصورة المثلثية ثم أوجد جذوره التربيعية على الصورة الأسية.

.....

.....

نموذج الإجابة للجبر والهندسة الفراغية

(١) (جـ) (٢) (ب) (٣) (د) (٤) (ب)

(٥) ∵ المستوى س+ ٢ص− ٣ع+ ٦ = ٠ عمودياً على المستوى المطلوب.

∴ المتجه (١، ٢، −٣) يوازي المستوى المطلوب

، ∵ متجه اتجاه خط التقاطع = $\begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ ٢ & ٣- & ١ \\ ١ & ١- & ١ \end{vmatrix}$ = −٢ $\vec{س}$ − $\vec{ص}$ + $\vec{ع}$

∴ المتجه (−٢، −١، ١) يوازي المستوى المطلوب أيضاً.

∴ متجه الاتجاه العمودي على المستوى المطلوب. $\begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ ١ & ٢ & ٣- \\ ٢- & ١- & ١ \end{vmatrix}$

= − $\vec{س}$ + ٥ $\vec{ص}$ + ٣ $\vec{ع}$

، بوضع س = ٠ في معادلتي المستويين.

∴ ٣ص − ع = −٤ ، ص − ع = ١ وبحل المعادلتين معاً.

∴ ص = −٢,٥ ، ع = −٣,٥

∴ النقطة (٠، −٢,٥، −٣,٥) تقع على خط التقاطع.

∴ النقطة (٠، −٢,٥، −٣,٥) تقع على المستوى المطلوب.

∴ معادلة المستوى المطلوب هي:

$\vec{ر}$. (−١، ٥، ٣) = (٠، −٢,٥، −٣,٥) . (−١، ٥، ٣)

∴ −س + ٥ص + ٣ع + ٢٣ = ٠

(٦)

أ) إحداثيات النقطة أ (٠، ٣، ٢)، إحداثيات النقطة ب (٢، ٠، ٨)

، إحداثيات النقطة جـ (٢، ٠، ٤)

$\therefore \overleftarrow{ب أ} = (-٢، ٣، -٦)$، $\overleftarrow{ب جـ} = (٠، ٠، ٤)$

$$\text{جتا } \theta = \frac{(-٢، ٣، -٦)\,(٠، ٠، -٤)}{\sqrt{٤ + ٩ + ٣٦}\ \sqrt{(-٤)^{٢}}} = \frac{٦}{٧}$$

$\therefore \theta \simeq ٣١^{\circ}$

ب) أ (٠، ٣، ٢) ، ب (٢، ٠، ٨) ، جـ (٢، ٠، ٤)

$\therefore \overleftarrow{أ ب} = (٢، -٣، ٦)$ ، $\overleftarrow{أ جـ} = (٢، -٣، ٢)$

$\because \frac{٢}{٢} = \frac{-٣}{-٣} \neq \frac{٦}{٣}$ $\quad\therefore \overleftarrow{أ ب}$ لا يوازي $\overleftarrow{أ جـ}$

$\therefore$ متجه الاتجاه العمودي على المستوى المار بالنقاط أ، ب، جـ

$$= \overleftarrow{أ ب} \times \overleftarrow{أ جـ} = \begin{vmatrix} \overleftarrow{س} & \overleftarrow{ص} & \overleftarrow{ع} \\ ٢ & -٣ & ٦ \\ ٢ & -٣ & ٢ \end{vmatrix} = ١٢ \overleftarrow{س} + ٨ \overleftarrow{ص}$$

$\therefore$ المتجه ٣ س + ٢ ص متجه اتجاه عمودي على المستوى، النقطة أ (٠، ٣، ٢) تقع عليه $\quad\therefore$ معادلة المستوى هي:

ر. (٣، ٢، ٠) = (٠، ٣، ٢). (٣، ٢، ٠) أي أن: ٣س + ٢ص – ٦ = ٠

(٧) (ب) (٨) (ب) (٩) (أ) (١٠) (ب)

(١١)

$\because$ متجه اتجاه المستقيم المعطى هو (١، -١، ١)، متجه اتجاه العمودي على المستوى العمودي على المستوى هو (٢، -١، ١)

∴ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى = ٩٠° − θ

حيث جتا θ = $\frac{|(١،-١،١)\cdot(٢،-١،١)|}{\sqrt{١+١+١}\sqrt{٤+١+١}}$ ∴ θ ≃ ١٩° ٢٨′

∴ قياس الزاوية بين المستقيم والمستوى = ٧٠° ٣٢′

(١٢) (ج) (١٣) (د) (١٤) (ج) (١٥) (د)

(١٦)

بفرض أن الحد الخالي من س هو ح$_{ر+١}$

∴ ح$_{ر+١}$ = $^{٦}ق_{ر}$ (س)$^{ك(٦-ر)}$ $\left(\frac{١}{س}\right)^{ر}$ = $^{٦}ق_{ر}$ س$^{٦ك-ر ك-ر}$ بمساواة الأس = ٠

∴ ك (٦ − ر) = ر ∴ ك = $\frac{ر}{٦-ر}$

∵ ك عدد صحيح موجب ∴ ر = ٣، ٤، ٥ ،

∴ ك = ١، ٢، ٥

الحد الخالي من س لأكبر قيم ك هو ح$_{٦}$ = $^{٦}ق_{٥}$

، معامل الحد الأوسط (ح$_{٤}$) = $^{٦}ق_{٣}$

∴ النسبة المطلوبة = $\frac{^{٦}ق_{٥}}{^{٦}ق_{٣}}$ = $\frac{\lfloor ٦}{\lfloor ١ \lfloor ٥}$ × $\frac{\lfloor ٣}{\lfloor ٦}$ = $\frac{٣}{١٠}$

(١٧)

∵ $\begin{vmatrix} ص+ع & س & س \\ ص & ع+س & ص \\ ع & ع & س+ص \end{vmatrix}$

"بإجراء ص١ – ص٣"

$$= \begin{vmatrix} ص & س - ع & -ص \\ ص & ع+ س & ص \\ ع & ع & س+ ص \end{vmatrix}$$

"بإجراء ص١ + ص٢"

$$\begin{vmatrix} ٢ص & ٢س & ٠ \\ ص & ع+ س & ص \\ ع & ع & س+ ص \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} ص & س & ٠ \\ ص & ع+ س & ص \\ ع & ع & س+ ص \end{vmatrix}$$

"بإجراء ص٢ – ص١"

$$= ٢ \begin{vmatrix} ص & س & ٠ \\ ٠ & ع & ص \\ ع & ع & س+ ص \end{vmatrix}$$

"بإجراء ص٣ – ص٢"

$$= ٢ \begin{vmatrix} ص & س & ٠ \\ ٠ & ع & ص \\ ع & ٠ & س \end{vmatrix}$$

(١٨)

المعادلة المصفوفية:

$$\therefore |أ| = \begin{vmatrix} ٢ & -١ & -٣ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ٣ & -٥ & ٢ \end{vmatrix} = ٥٠ \neq ٠$$

$$\therefore ر(أ) = ٣$$

$$\therefore (أ^*) = \begin{pmatrix} ٢ & -١ & -٣ & \vdots & ٢ \\ ١ & ٢ & ١ & \vdots & ١ \\ ٣ & -٥ & ٢ & \vdots & ١٣ \end{pmatrix}$$

∴ ر(أ) = ر (أ*) = عدد المجاهيل.

∴ نظام المعادلات له حل وحيد.

$$\therefore أ^{مل} = \begin{pmatrix} ٩ & ١ & -١١ \\ ١٧ & ١٣ & ٧ \\ ٥ & -٥ & ٥ \end{pmatrix}^{مد} = \begin{pmatrix} ٩ & ١٧ & ٥ \\ ١ & ١٣ & -٥ \\ -١١ & ٧ & ٥ \end{pmatrix} ،$$

$$\therefore أ^{-١} = \frac{١}{|أ|} أ^{مل} = \frac{١}{٥٠} \begin{pmatrix} ٩ & ١٧ & ٥ \\ ١ & ١٣ & -٥ \\ -١١ & ٧ & ٥ \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \frac{١}{٥٠} \begin{pmatrix} ٩ & ١٧ & ٥ \\ ١ & ١٣ & -٥ \\ -١١ & ٧ & ٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \\ ١٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ -١ \\ ١ \end{pmatrix}$$

∴ س = ٢ ، ص = −١ ، ع = ١

(١٩)

أ) ∵ ع١ = ١ − $\sqrt{٣}$ ت

∴ ل = $\sqrt{(١)^٢ + (-\sqrt{٣})^٢}$ = ٢

، ∵ س > ٠ ، ص < ٠

∴ θ تقع في الربع الرابع.

$$\therefore \theta = ظا^{-١}\left(\frac{-\sqrt{٣}}{١}\right) = -٦٠^\circ = \frac{-\pi}{٣}$$

∴ ع١ = ٢ هـ $^{\frac{-\pi}{٣} ت}$

، ∵ ع٢ = ١ + ت

∴ ل = $\sqrt{(١)^٢ + (١)^٢}$ = $\sqrt{٢}$

∵ س > ٠ ، ص > ٠ ∴ θ تقع في الربع الأول.

∴ θ = ظا$^{-١}$ $\left(\frac{١}{١}\right)$ = ٤٥° = $\frac{\pi}{٤}$ ∴ ع$_{٢}$ = $\sqrt{٢}$ هـ$^{\frac{\pi}{٤}ت}$

∴ ع = $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}}$ = $\frac{٢ هـ^{-\frac{\pi}{٣}ت}}{\sqrt{٢} هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}}$ = $\sqrt{٢}$ هـ$^{-\frac{٧}{١٢}\pi ت}$

∴ ع^{١٢} = $(\sqrt{٢})^{١٢}$ هـ$^{-٧\pi ت}$ = ٦٤ هـ$^{\pi ت}$

= ٦٤ (جتا π + ت جا π) = −٦٤ = عدد حقيقي.

ب)∵ ع = ٢ $\sqrt{٢}$ (١ + ت) = ٢ $\sqrt{٢}$ + ٢ $\sqrt{٢}$ ت

∴ ل = $\sqrt{(٢\sqrt{٢})^{٢} + (٢\sqrt{٢})^{٢}}$ = ٤

∵ س > ٠ ، ص > ٠ ∴ θ تقع في الربع الأول.

∴ θ = ظا$^{-١}$ $\left(\frac{٢\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٢}}\right)$ = ٤٥° = $\frac{\pi}{٤}$

∴ ع = ٤ $\left(جتا\frac{\pi}{٤} + ت جا\frac{\pi}{٤}\right)$ = ٤ هـ$^{\frac{\pi}{٤}ت}$ ، الجذر التربيعي للعدد

ع = ٢ هـ$^{ت\left(\frac{\frac{\pi}{٤}+٢\pi ر}{٢}\right)}$ حيث ر = ٠, ١ عند ر = ١

∴ الجذر التربيعي الثاني = ٢ هـ$^{\frac{٩}{٨}\pi ت}$ = ٢ هـ$^{-\frac{٧}{٨}\pi ت}$

عند ر = صفر الجذر التربيعي الأول = ٢ هـ$^{\frac{١}{٨}\pi ت}$