امتحانات الجبر والهندسة الفراغية

أجب عن الأسئلة الآتية:

أولا: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا قطع المستقيمة ١٠س + ١٢ ص + ٦ ع = ٦٠ ، محاور الإحداثيات س ، ص ، ع فى النقطة أ ، ب ، جـ على الترتيب ، فإن حجم المجسم أ ب جـ و ، حيث و نقطة الأصل يساوى..... وحدة مكعبة.

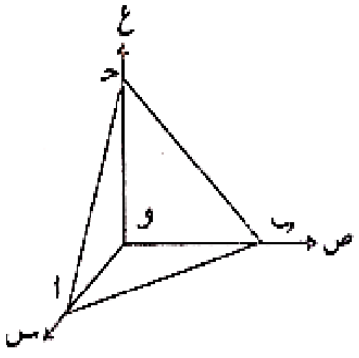
(أ) ٢٠

(ب) ٣٠

(جـ) ٥٠

(د) غير ذلك

الإجابة:



١٠ س + ١٢ ص + ٦ ع = ٦٠

∴ أ (٦ ، ٠ ، ٠)

، ب (٠ ، ٥ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٠ ، ١٠)

مساحة القاعدة أ ب و = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٦ = ١٥

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × ١٥ × ١٠ = ٥٠ وحدة حجم

(٢) فى الشكل المقابل :

ع١ ، ع٢ = عددان مركبان

فإن : $\frac{ع_١}{ع_٢}$ = ...

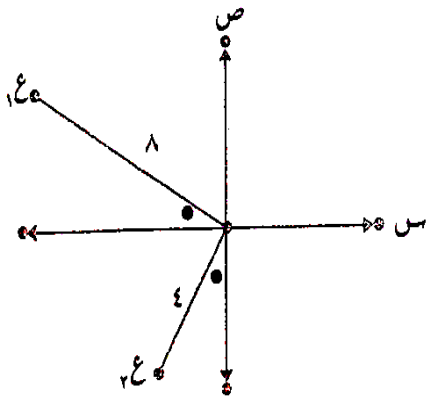
(أ) ٢

(ب) -٢

(جـ) ٢ ت

(د) -٢ ت

الإجابة:



$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{٨ هـ^{ت(\theta-\pi)}}{٤ هـ^{ت(\theta-\pi\frac{١}{٢}-)}}$

$\frac{ع_١}{ع_٢}$ = ٢ هـ$^{ت(\theta-\pi+\frac{١}{٢}\theta-\pi)}$

= ٢ هـ$^{(\pi\frac{٣}{٢})}$ = -٢ ت

(٣) إذا كان : ع١ عددان مركبان ، سعة (ع١ ع٢) = $\frac{\pi ٥}{١٨}$ ، سعة $\frac{ع١}{ع٢} = \frac{\pi}{٩}$

فإن سعة ع١ = ...

الإجابة:

(أ) $\frac{\pi ٧}{٣٦}$

(ب) $\frac{\pi ٥}{٣٦}$

(جـ) $\frac{\pi}{٣}$

(د) $\frac{\pi}{٤}$

هـ١ + هـ٢ = $\frac{\pi ٥}{١٨}$ ، هـ١ - هـ٢ = $\frac{\pi}{٩}$

بالجمع : ٢ هـ١ = $\frac{\pi ٥}{١٨} + \frac{\pi}{٩} = \frac{\pi ٧}{١٨}$

∴ هـ١ = $\frac{\pi ٧}{٣٦}$

---

(٤) إذا كان : عدد حدود مفكوك $(س + ص)^{٢ن - ١}$ يساوي ١٢ حد فإن ن تساوي .....

فإن سعة ع١ = ...

الإجابة:

(أ) ٥

(ب) ٦

(جـ) ٧

(د) ٨

عدد الحدود = أ س القوس + ١ = ٢ ن - ١ + ١

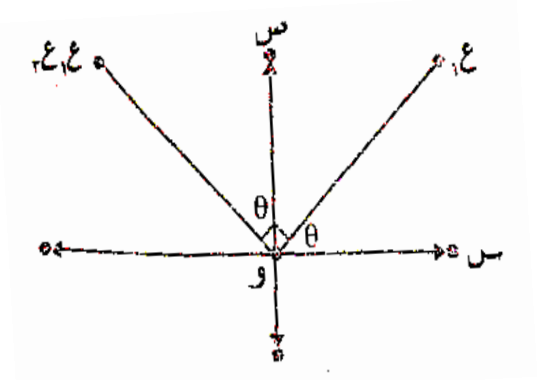
∴ ١٢ = ٢ ن ∴ ن = ٦ حدود

---

(٥) فى الشكل المقابل :

ع١ ، ع٢ = عددان مركبان ، وكان (ع١ ع٢) عدد مركب

فإن ع٢ = ...



الإجابة:

(أ) -٢ت

(ب) – ت

(جـ) ت

(د) ٢ت

ع٢ = $\frac{ع١ ع٢}{ع١}$

∴ **ع٢** = $\frac{ل هـ (\theta + \pi \frac{١}{٢}) ت}{ل هـ (\theta) ت}$

، ع٢ = هـ $(\pi \frac{١}{٢} + \theta - \theta) ت$ = هـ $(\pi \frac{١}{٢})$ = ت

(٦) طول نصف قطر الكرة : $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} - ٢س - ٦ص + ١٠ ع - ١ =$ صفر يساوى..... وحدة طول.

الإجابة:

(أ) ٣

(ب) ٤

(جـ) ٥

(د) ٦

مركز الدائرة : م (١ ، ٣ ، -٥) ، ء = -١

∴ نق = $\sqrt{\text{ل}^{٢} + \text{م}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{ء}}$

∴ نق = $\sqrt{(١)^{٢} + (٣)^{٢} + (٥)^{٢} + ١}$

∴ نق = $\sqrt{١+٢٥+٩+١}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦

(٧) إذا كان : أ = (٢ ، -١ ، ٣) ، ب = (-٢ ، ٢ ، -٩)
فإن طول $\overline{\text{أ ب}}$ ..... وحدة طول.

الإجابة:

(أ) ١٥

(ب) ١٣

(جـ) ١٢

(د) ١٠

أ ب = $\sqrt{(-٢-٢)^{٢} + (٢+١)^{٢} + (-٩-٣)^{٢}}$

أ ب = $\sqrt{(-٤)^{٢} + (٣)^{٢} + (-١٢)^{٢}}$

∴ نق = $\sqrt{١٦ + ٩ + ١٤٤}$

= $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣

(٨) إذا كانت : $\overleftarrow{\text{أ}}$ = (٢ ، ٣ ، -٤) ، $\overleftarrow{\text{ب}}$ = (٤ ، ٢ ، م)
وكان $\overleftarrow{\text{أ}} \perp \overleftarrow{\text{ب}}$ فإن قيمة م = ...

الإجابة:

(أ) ١

(ب) ٢

(جـ) ٣

(د) $\frac{٧}{٢}$

∵ $\overleftarrow{\text{أ}} \perp \overleftarrow{\text{ب}}$ ∴ $\overleftarrow{\text{أ}} \odot \overleftarrow{\text{ب}}$ = صفر

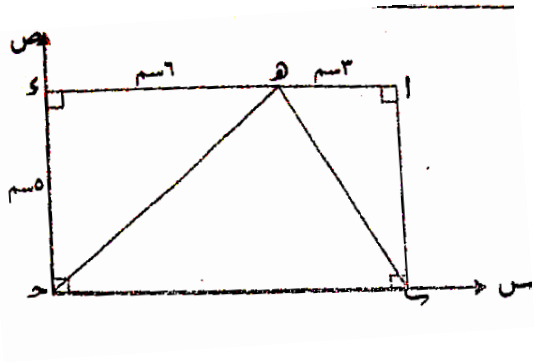
∴ (٢ ، ٣ ، -٤) ⊙ (٤ ، ٢ ، م)

٨ + ٦ – ٤ م = ٠

∴ ١٤ = ٤م ∴ م = $\frac{١٤}{٤} = \frac{٧}{٢}$

(٩) فى الشكل المقابل :
أ ب جـ ء مستطيل فيه :
هـ ∈ $\overline{أ ء}$

فإن $\overrightarrow{هـ ب}$ • $\overrightarrow{هـ جـ}$ = ...



(أ) ٧
(ب) ٨
(جـ) ٩
(د) ١٠

الإجابة:

هـ (٦ ، ٥) ، ب (٩ ، ٠)

$\overrightarrow{هـ ب}$ = $\overrightarrow{ب}$ - $\overrightarrow{هـ}$

$\overrightarrow{هـ ب}$ = (٣ ، -٥)

$\overrightarrow{هـ جـ}$ = (٠ ، ٠) – (٦ ، ٥) = (-٦ ، -٥)

$\overrightarrow{هـ ب}$ • $\overrightarrow{هـ جـ}$ = (٣ ، -٥) • (-٦ ، -٥)

= -١٨ + ٢٥ = ٧

(١٠) عدد الطرق التى يمكن تكوين بها فريق ، ستة أعضاء من بين ثمانية بنات وستة أولاد بحيث يحتوى الفريق على ثلاث أولاد فقط يساوى.....

(أ) ٢١١٠
(ب) ١١٢٠
(جـ) ١٠٠٨
(د) ٨١٠

الإجابة:

اختيار ٣ بنين من ٦ = $^{٦}ق_{٣}$ = ٢٠

اختيار ٣ بنات من ٨ = $^{٨}ق_{٣}$ = ٥٦

اختيار ٣ بنين ، ٣ بنات = $^{٦}ق_{٣} \times {}^{٨}ق_{٣}$

= ٢٠ × ٥٦ = ١١٢٠ طريقة

(١١) $\sqrt{٥ + ١٢ت}$ = ...

(أ) $\pm (٢ + ٣ت)$

(ب) $\pm (٣ + ٢ت)$

(جـ) $\pm (٢ - ٣ت)$

(د) $\pm (٣ - ٢ت)$

الإجابة:

ل = $\sqrt{٢٥ + ١٤٤}$ = $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣

∴ $\sqrt{٥ + ١٢ت}$ = $\pm ($ $\sqrt{\frac{ل+س}{٢}}$ + $\sqrt{\frac{ل-س}{٢}}$ ت$)$

∴ $\sqrt{٥ + ١٢ت}$ = $\pm ($ $\sqrt{\frac{١٣+٥}{٢}}$ + $\sqrt{\frac{١٣-٥}{٢}}$ ت$)$

∴ $\sqrt{٥ + ١٢ت}$ = $\pm ($ $\sqrt{٩}$ + $\sqrt{٤}$ ت$)$

$= \pm (٣ + ٢ت)$

---

(١٢) إذا كان أطوال أضلاع مثلث هي: $\frac{١}{٢}$ | ب | ، | ب - ٢ | ، | ٢ - ب |

من السنتمترات ، فإن القيمة العددية لمساحة المثلث = ... **سم**

(أ) $\sqrt{٣}$

(ب) $\sqrt{\frac{٣}{٢}}$

(جـ) $\sqrt{\frac{٣}{٤}}$

(ء) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٢}$

الإجابة:

من تعريف المضروب : ب ≥ ٠

ب - ٢ ≥ ٠ ∴ ب ≥ ٢ ، ٣ - ب ≥ ٠

∴ ب ≤ ٣ ∴ ب = ٢ أ ، ٣

عدد ب = ٢ أطوال أضلاع المثلث ١ ، ١ ، ١ سم

عدد ب = ٣ أطوال أضلاع المثلث ٣ ، ١ ، ١ سم (مرفوضة)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ١ \times ١ \times$ حا ٦٠° = $\sqrt{\frac{٣}{٤}}$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١٣) أوجد قياس الزاوية المحصورة بين المستقيم :

$$ل = \frac{س - ٣}{\sqrt{٢}} = \frac{ص - ١}{١} = \frac{-ع - ٢}{١}$$

والمستوى $\sqrt{٢}$ س – ص – ع + ٥ = صفر

الإجابة:

متجه اتجاه المستقيم $\overleftarrow{هـ}$ $(\sqrt{٢} ، ١ ، -١)$

متجه العمودي على المستقيم $\overleftarrow{ن}$ $(\sqrt{٢} ، -١ ، -١)$

$\overleftarrow{هـ} \odot \overleftarrow{ن} = (\sqrt{٢} ، ١ ، -١) \odot (\sqrt{٢} ، -١ ، -١) = ٢ - ١ + ١ = ٢$

$\| \overleftarrow{هـ} \| = \sqrt{٢ + ١ + ١} = ٢$ ، $\| \overleftarrow{ن} \| = \sqrt{٢ + ١ + ١} = ٢$

حتا $\theta = \frac{|\overleftarrow{هـ} \odot \overleftarrow{ن}|}{\| \overleftarrow{هـ} \| \| \overleftarrow{ن} \|} = \frac{٢}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٢}$ ∴ $\theta = ٦٠^\circ$

الزاوية بين المستقيم والمستوى = $٩٠^\circ - ٦٠^\circ = ٣٠^\circ$

(١٤) إذا كانت المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} -٢ & ١ & ٥ \\ أ^٢ - ب & ٠ & -أ \\ ب & ٠ & ب^٢ + أ \end{pmatrix}$ وكان أ × ب = -٣

وكانت مرتبة المصفوفة أ يساوى ٢ ، أوجد قيمة $أ^٦ + ب^٦$

الإجابة:

$| أ | = (أ^٢ - ب)(ب^٢ + ١) + أ ب = ٠$

$= أ^٢ ب^٢ + أ^٣ - ب^٣ - أ ب + أ ب =$ صفر

∵ أ ب = -٣ ∴ ٩ + $أ^٣ - ب + ٣ =$ صفر

∴ $أ^٣ - ب^٣ = -٩$ بالتربيع ∴ $أ^٦ + ٢ أ^٣ ب^٣ + ب^٦ = ٨١$

∴ $أ^٦ - ٢ \times -٢٧ + ب^٦ = ٨١$ ∴ $أ^٦ + ب^٦ = ٨١ - ٥٤ = ٢٧$

.....

.....

(١٥) بدون فك ، أثبت أن المحدد : $\begin{vmatrix} ١ & ٤ & ١ \\ ٢ & -١ & ٠ \\ ٠ & ١٨ & ٤ \end{vmatrix}$ = صفر

الإجابة:

ص$_{٢}$ × ٢ + **ص**$_{٢}$ ⇐ $\begin{vmatrix} ١ & ٤ & ١ \\ ٢ & -١ & ٠ \\ ٤ & ١٦ & ٤ \end{vmatrix}$

∴ ٤ عامل مشترك **ص**$_{٣}$ ⇐ ٤ × $\begin{vmatrix} ١ & ٤ & ١ \\ ٢ & -١ & ٠ \\ ١ & ٤ & ١ \end{vmatrix}$

∵ **ص**$_{١}$ = **ص**$_{٣}$ **ص**$_{١}$ = ∴ ينعدم المحدد = ٤ × صفر = صفر

.....

.....

(١٦) أوجد حجم متوازى السطوح الذى فيه ثلاث أحرف متجاورة ممثلة بالمتجهات :

-١٢ $\overrightarrow{س}$ - ٣ $\overrightarrow{ع}$ ، ٣ $\overrightarrow{ص}$ - $\overrightarrow{ع}$ ، ٢$\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ - ١٥ $\overrightarrow{ع}$

<u>الإجابة:</u>

حجم متوازى السطوح = مقياس $\begin{vmatrix} -١٢ & ٠ & -٣ \\ ٠ & ٣ & -١ \\ ٢ & ١ & -١٥ \end{vmatrix}$

= | -١٢ (-٤٥ + ١) – ٠ – ٣ (٠ – ٦) |

= | -١٢ × - ٤٤ – ٣ × ٦| = | ٥٢٨ + ١٨ |

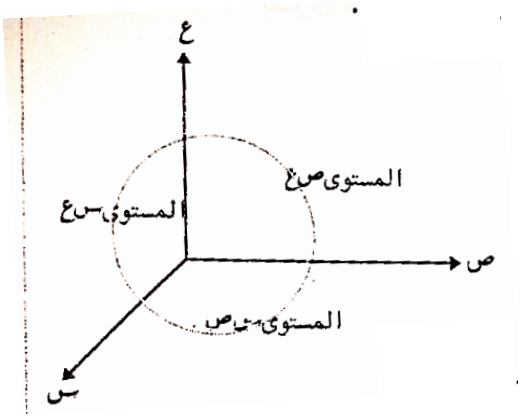
= | ٥٤٦ | = ٥٤٦ وحدة حجوم.

.....

.....

(١٧) كرة تمس المستويات س ع ، س ص ، ص ع فى النقطة ا ، ب ، جـ على الترتيب أ$\overline{ء}$ قطر فيها حيث ء (٣ ، ٦ ، ٣) أوجد معادلة الكرة

الإجابة:



القطر أ ء (٣ ، ٦ ، ٣)

مركز الدائرة م (٣ ، ٣ ، ٣)

نصف القطر نق = ٣

معادلة الكرة

= (س – ل)^{٢} + (ص – ك)^{٢} + (ع - ﺟ)^{٢} = نق^{٢}

= (س – ٣)^{٢} + (ص – ٣)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩

.....

.....

.....

.....

.....

(١٨) أوجد جمع قيمة ﺟ ، ر التى تجعل $ل_{ر+١}^{ﺟ+١}$ **= ١٢٠**

الإجابة:

لاحظ أن ﺟ ≤ ر

بالتحليل : ١٢٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٥

∴ ١٢٠ = ٦ × ٥ × ٤ = $ل_{٣}^{٦}$ ⇐ ﺟ = ٥ ، ر = ٢

∴ ١٢٠ = ٦ × ٥ × ٤ × ٢ = ٥ل٤ ⇐ ﺟ = ٤ ، ر = ٣

∴ ١٢٠ = ٦ × ٥ × ٢٤ × ١ = $ل_{٥}^{٥}$ ⇐ ﺟ = ٤ ، ر = ٤

∴ ١٢٠ = ١٢٠ × ١ = $ل_{١}^{١٢٠}$ ⇐ ﺟ = ٥ ، ر = ٢

.....

.....

.....

.....

.....

(١٩) إذا كانت سعة (ع + ت) = $\frac{\pi}{٤}$ ، **سعة (ع – ٣)** = $\frac{\pi^{٣}}{٤}$

أوجد ع على الصورة الجبرية حيث ع عدد مركب.

الإجابة:

(ع + ت) = س + ت ص + ت = س + (ص + ١) ت

∴ طا $\frac{\pi}{٤}$ = $\frac{\text{ص}+١}{\text{س}}$ = ١ ⇐ ص = س – ١ ..... (١)

(ع – ٣) = س + ت ص – ٣ = (س – ٣) + ص ت

∴ طا $\frac{\pi^{٣}}{٤}$ = $\frac{\text{ص}+١}{\text{س}-٣}$ = -١ ⇐ ص = - س +٣ ..... (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) : ٢ ص = ٢ ∴ ص = ١

بالتعويض فى (١) ∴ ١ = س – ١ ∴ س = ٢

∴ ع = س + ت ص = ٢ + ت

.....

.....

.....

(٢٠) إذا كانت معاملات الحدود الرابع والخامس والسادس على الترتيب فى مفكوك (٢ س + ص)^{ب} تكون متتابعة حسابية ، أوجد قيمة ب

الإجابة:

$$\text{م} \cdot \text{ح}_{٥} = \frac{\text{م} \cdot \text{ح}_{٤} + \text{م} \cdot \text{ح}_{٦}}{٢}$$

$$٢ = \frac{\text{م} \cdot \text{ح}_{٦}}{\text{م} \cdot \text{ح}_{٥}} + \frac{\text{م} \cdot \text{ح}_{٤}}{\text{م} \cdot \text{ح}_{٥}} = \frac{\text{م} \cdot \text{ح}_{٤} + \text{م} \cdot \text{ح}_{٦}}{\text{م} \cdot \text{ح}_{٥}}$$

$$= \frac{٤}{\text{ب}-٤+١} \times ٢ + \frac{\text{ب}-٥+١}{٥} \times \frac{١}{٢} = ٢$$

$$= \frac{٨}{\text{ب}-٣} + \frac{\text{ب}-٤}{١٠} = \frac{٨٠ + \text{ب}^{٢} - ٧\text{ب} + ١٢}{\text{ب}-٣٠} = ٢$$

∴ $\text{ب}^{٢}$ - ٧ ب + ٩٢ = ٢٠ ب - ٦٠

∴ $\text{ب}^{٢}$ - ٢٧ ب + ١٥٢ = (ب - ١٩) (ب - ٨) = ٠

∴ ب = ١٩ أ ، ب = ٨

.....

.....